

Justifiqui les respostes usant llenguatge matemàtic i/o no matemàtic, segons correspongui. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica. No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

**Part A.** Contestau el Problema A1, i contestau també un problema a escollir entre el Problema A2 i el Problema A3 (total 4 pt).

**Problema A1 (obligatori).** — En una navegació marítima, considera els esdeveniments:

A: hem avistat algun albatros, i

B: hem avistat alguna balena.

Sabem que  $P(A) = 0.75$  i que  $P(A \cup B) = 0.77$ .

a) Donats els valors de  $P(A)$  i  $P(A \cup B)$  indicats adalt, és impossible que  $P(B) = 0.01$ . Justifica-ho. (1 pt)

b) Tenint en compte que  $0 \leq P(A \cap B) \leq 1$ , quina és la màxima i la mínima probabilitat d'avistar balenes en aquesta situació? (1 pt)

**Problema A2.** — Una empresa que fabrica components electrònics realitza un estudi sobre la vida útil dels seus productes. Amb una mostra aleatòria de 50 components electrònics, el temps mitjà de vida útil és de 507 hores. Suposem que el temps de vida útil segueix una distribució normal i que la seva desviació típica és coneguda i igual a 150 hores.

Calcula un interval de confiança per a la mitjana poblacional de la vida útil dels components amb un nivell de confiança del 75%. (2 pt)

**Problema A3.** — Un estudi de mercat indica que uns clients determinats tenen un 7% de probabilitats de comprar un producte A, i un 10% de probabilitats de comprar un producte B.

a) Si la probabilitat de “comprar A i no comprar B” és d'un 6%, són els esdeveniments “comprar A” i “comprar B” independents? (1 pt)

b) Si els esdeveniments “comprar A” i “comprar B” fossin independents, què seria major: la probabilitat de “no comprar A”; o la probabilitat de “no comprar A, sabent que s'ha comprat B”? (1 pt)

**Part B.** Escolliu només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

**Problema B1.** — Considera les matrius següents:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} x & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} y & z \\ 7 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Sabem que existeix un valor  $x$  tal que  $B$  és la inversa de  $A$ . Quin és aquest valor  $x$ ? (1 pt)
- b) Per al valor  $x$  de l'apartat anterior, calcula  $(A + I)(B - I) + (A - I)(B + I)$ . (1 pt)
- c) Existeixen alguns valors per a  $y, z$  de manera que  $C$  sigui la inversa de  $A$ ? (1 pt)

**Problema B2.** — Una empresa produeix dos tipus de productes: aspiradores i bateries elèctriques.

- Per produir una aspiradora, necessitam 5 h d'un operari i 4 kg de matèries primeres.
- Per produir una bateria, necessitam 1 h d'un operari i 1 kg de matèries primeres.

Cada aspiradora es ven per 100 €, i cada bateria, per 22 €. Disposam d'un màxim de 110 hores d'operaris i de 100 kg de matèries primeres. Suposarem que vendrem tota la producció. Quantes unitats de cada tipus hem de produir per maximitzar els ingressos? (3 pt)

**Part C.** Escolliu només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

**Problema C1.** — Considera la funció  $f(x) = e^x - e^{-x}$ , per a  $x \geq 0$ .

- a) Calcula el valor de la funció en els extrems del domini. (1 pt)
- b) Calcula  $f'(x)$  i  $f''(x)$ . (1 pt)
- c) Calcula  $\int_0^1 f(x) dx$ . (1 pt)

**Problema C2.** — Segons un estudi de mercat, la quantitat de gent que assistirà a un espectacle,  $g$  (en nombre de persones), en funció del preu de l'entrada,  $p$  (en €), serà la següent:

$$g(p) = \begin{cases} 500, & \text{per a } p = 0, \\ 300 - 3p, & \text{per a } 0 < p < 100, \\ 0, & \text{per a } p = 100. \end{cases}$$

- a) Segons l'estudi de mercat, amb quin preu assistiran a l'espectacle un total de 240 persones? (1 pt)
- b) Els ingressos són el producte del preu per la quantitat de gent que hi assistirà. Segons l'estudi, quin preu maximitza els ingressos? (2 pt)

|     | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

Taula de la distribució normal  $\mathcal{N}(0,1)$ .