	Prueba de acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS II**	**MODELO 0** **Nº Páginas: 3**

APARTADO 1 (Bloques A+C)

1. Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones para llevar agua potable y medicinas a una zona devastada por unas inundaciones. Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones y para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua. Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros. Calcular, utilizando técnicas de programación lineal, cómo debe organizarse el convoy para que su coste sea mínimo ¿Cuánto es el coste de la solución óptima? **[3 puntos]**

APARTADO 2 (Bloque B)

2. Consideremos la función

$$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & si\ x\le 2 \\ \dfrac{2x+71}{4x+7} & si\ x>2 \end{cases}$$

Responda a la siguiente cuestión:

2.1 Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 2], dibujando el recinto correspondiente. **[1.5 puntos]**

Responda a una de las siguientes cuestiones:

2.2 Aplicar el concepto de límite para estudiar si la función es continua. **[1.5 puntos]**

2.3 Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $(2, \infty)$. **[1.5 puntos]**

APARTADO 3 (Bloque D)

3. Un instituto está preocupado por el impacto que el uso de redes sociales está teniendo en el rendimiento académico de sus estudiantes de bachillerato. Para investigar este tema, se revisan algunos informes publicados sobre el uso de redes sociales durante las horas de estudio.
A partir de los informes revisados, se ha determinado que el 70 % de los estudiantes usa redes sociales mientras estudia y que el 30 % no lo hace. Del grupo de estudiantes que usa redes sociales, el 60 % estudia menos de 2 horas diarias, mientras que el 40 % estudia 2 o más horas al día. Del grupo que no usa redes sociales, el 20 % estudia menos de 2 horas y el 80 % estudia 2 o más horas.

Responda a las siguientes cuestiones:

3.1. Escribir la información anterior en términos de probabilidades de sucesos. **[1 punto]**

3.2. Se selecciona al azar a un estudiante y resulta que estudia menos de 2 horas al día. Determinar si es más probable que este estudiante use redes sociales o no durante sus horas de estudio. **[1 punto]**

Responda a uno de los siguientes problemas (3.3 o 3.4):

3.3. Se sabe que el tiempo diario de estudio de los estudiantes sigue una distribución normal con una media de 2.5 horas y una desviación estándar de 0.5 horas.

a) ¿Cuál es el tiempo mínimo de estudio diario que alcanza el 90 % de los estudiantes? **[1 punto]**

b) Calcular la probabilidad de que un estudiante estudie entre 2 y 4.5 horas al día. **[1 punto]**

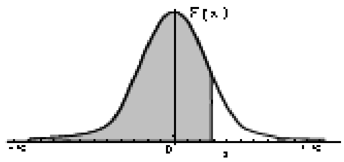
3.4. El director del instituto selecciona 5 estudiantes al azar para entrevistarles sobre sus hábitos de estudio.

a) Calcular la probabilidad de que al menos 4 estudiantes usen redes sociales durante el estudio. **[1 punto]**

b) Calcular la probabilidad de que exactamente 3 de los 5 estudiantes seleccionados usen redes sociales mientras estudian. **[1 punto]**

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Distribución Binomial $p(X=r)=\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}$

n	r \ p	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0138	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,2918	0,2786	0,2734
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0006	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0313
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0039
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0635	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1969	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0012	0,0010
	1	0,0914	0,3151	0,3874	0,3474	0,2684	0,1877	0,1211	0,0867	0,0725	0,0403	0,0207	0,0114	0,0098
	2	0,0042	0,0746	0,1937	0,2759	0,3020	0,2816	0,2335	0,1951	0,1757	0,1209	0,0763	0,0494	0,0439
	3	0,0001	0,0105	0,0574	0,1298	0,2013	0,2503	0,2668	0,2601	0,2522	0,2150	0,1665	0,1267	0,1172
	4	0,0000	0,0010	0,0112	0,0401	0,0881	0,1460	0,2001	0,2276	0,2377	0,2508	0,2384	0,2130	0,2051
	5	0,0000	0,0001	0,0015	0,0085	0,0264	0,0584	0,1029	0,1366	0,1536	0,2007	0,2340	0,2456	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0162	0,0368	0,0569	0,0689	0,1115	0,1596	0,1966	0,2051
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0031	0,0090	0,0163	0,0212	0,0425	0,0746	0,1080	0,1172
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0030	0,0043	0,0106	0,0229	0,0389	0,0439
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0016	0,0042	0,0083	0,0098
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0010

SOLUCIONES

1. Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones para llevar agua potable y medicinas a una zona devastada por unas inundaciones. Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones y para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua. Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros. Calcular, utilizando técnicas de programación lineal, cómo debe organizarse el convoy para que su coste sea mínimo ¿Cuánto es el coste de la solución óptima? **[3 puntos]**

Llamamos "x" al número de camiones de agua potable e "y" al número de camiones de medicinas.
Expresamos las restricciones en forma de inecuaciones.

"*Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones*" → $x + y \leq 27$

"*Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones*" → $x \geq 12$

"*Para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua*" → $y \geq \frac{x}{2}$

"*Las cifras de camiones deben ser positivas*" → $x \geq 0;\ y \geq 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x+y \leq 27 \\ x \geq 12 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

La función objetivo es el coste, que deseamos minimizar:

"*Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros*" → $C(x,y) = 9000x + 6000y$

Dibujamos la región factible. Empiezo dibujando las rectas que delimitan la región.

$x + y = 27$

x	$y = 27 - x$
0	27
18	9
27	0

$x = 12$

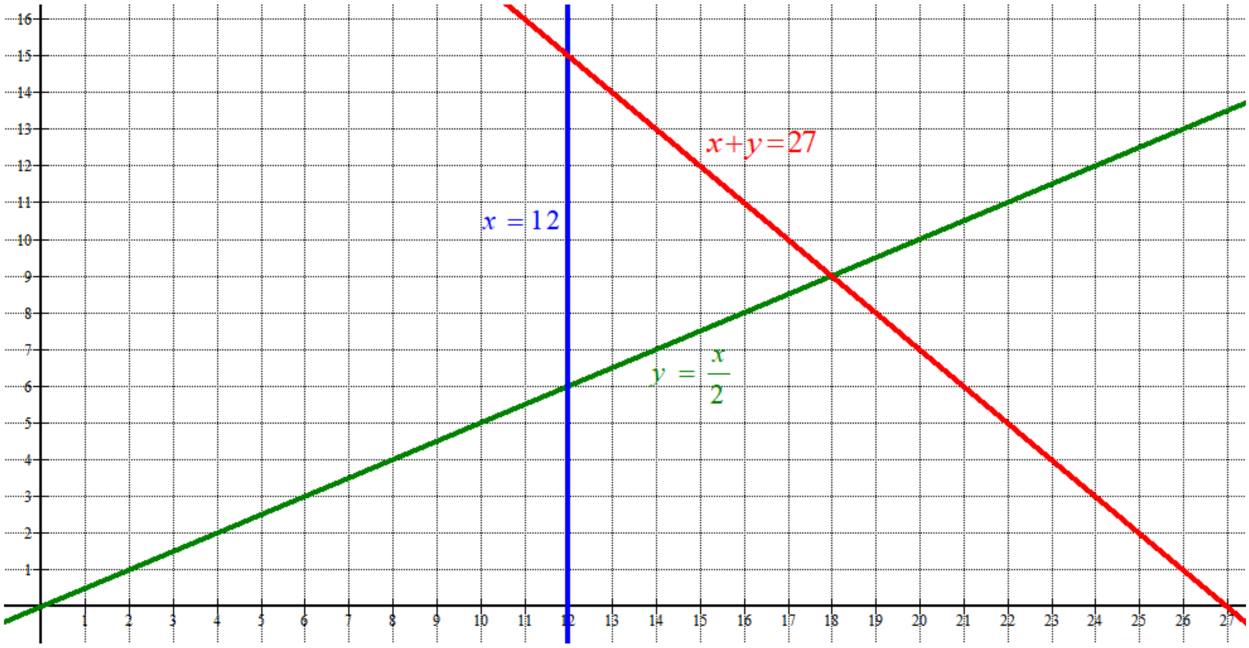
Recta vertical

$y = \frac{x}{2}$

x	$y = \frac{x}{2}$
0	0
18	9
20	10

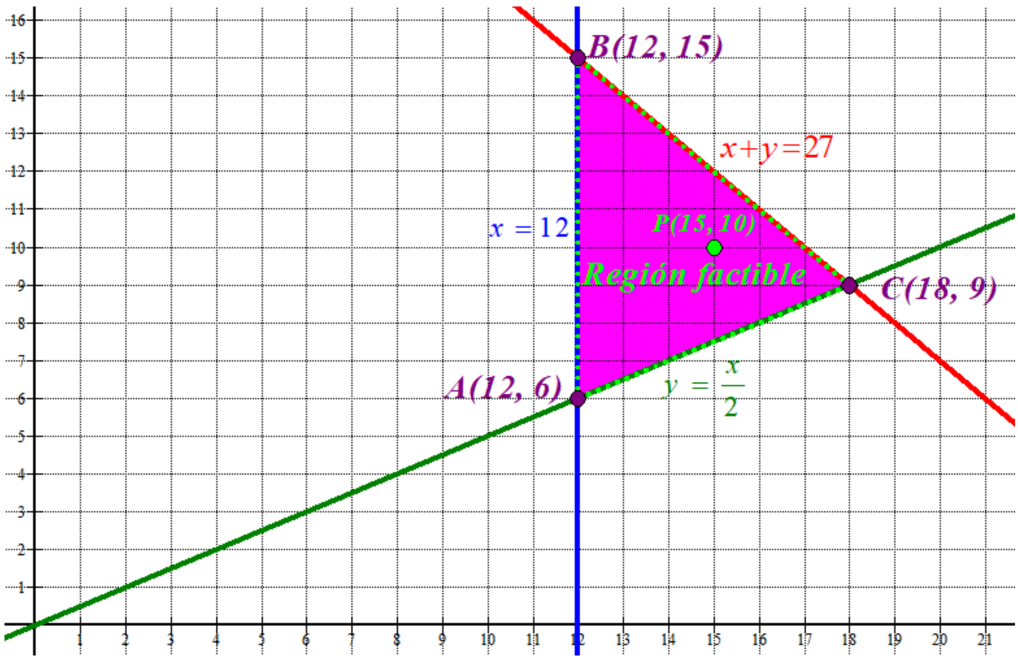
$x \geq 0;\ y \geq 0$

Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+y\le 27 \\ x\ge 12 \\ y\ge \dfrac{x}{2} \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible está por debajo de la recta roja, a la derecha de la recta azul y por encima de la recta verde.

Coloreo de rosa la región factible y determino las coordenadas de sus vértices



Compruebo que el punto P(15, 10) cumple todas las restricciones.

$\left.\begin{array}{l} 15+10\le 27 \\ 15\ge 12 \\ 10\ge \dfrac{15}{2} \\ 15\ge 0;10\ge 0 \end{array}\right\}$ ¡Se cumplen todas las restricciones! La región factible es correcta.

Valoro la función $C(x,y) = 9000x + 6000y$ en los vértices para determinar su valor mínimo.

A(12, 6) → $C(12,6) = 108000 + 36000 = 144000$

B(12, 15) → $C(12,15) = 108000 + 90000 = 198000$

C(18, 6) → $C(18,6) = 154000 + 36000 = 190000$

El menor coste se produce en el punto A(12, 6). Significa que se minimiza el coste con 12 camiones de agua y 6 de medicinas, cumpliendo todas las restricciones. Ese mínimo coste es de 144000 €.

2. Consideremos la función

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & si\ \ x\le 2\\ \dfrac{2x+71}{4x+7} & si\ \ x>2\end{cases}$$

2.1 Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 2], dibujando el recinto correspondiente. **[1.5 puntos]**
2.2 Aplicar el concepto de límite para estudiar si la función es continua. **[1.5 puntos]**
2.3 Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo (2, ∞). **[1.5 puntos]**

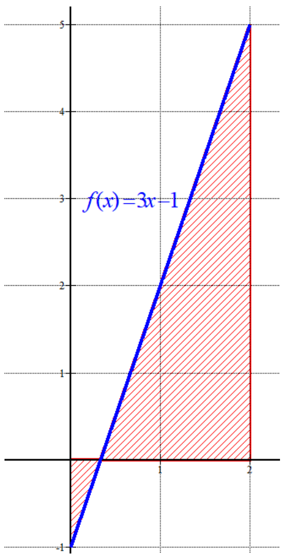
2.1 En el intervalo [0, 2] la función es $f(x)=3x-1$.

Vemos si la función corta el eje de abscisas.

$$\left.\begin{array}{l} y=0\\ f(x)=3x-1\end{array}\right\}\Rightarrow 0=3x-1\Rightarrow 3x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}\in[0,2]$$

Hacemos una tabla de valores de la recta y dibujamos el recinto del cual queremos determinar su área.

x	$f(x)=3x-1$
0	-1
1	2
2	5



El área es la suma del valor absoluto de dos integrales definidas.

$$Área=\left|\int_0^{1/3}3x-1dx\right|+\left|\int_{1/3}^{2}3x-1dx\right|=\left|\left[\frac{3}{2}x^2-x\right]_0^{1/3}\right|+\left|\left[\frac{3}{2}x^2-x\right]_{1/3}^{2}\right|=$$

$$=\left|\left(\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{3}{2}0^2-0\right)\right|+\left|\left(\frac{3}{2}2^2-2\right)-\left(\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}\right)\right|=$$

$$=\left|\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right|+\left|6-2-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{6}+\frac{25}{6}=\boxed{\frac{13}{3}=4.33\,u^2}$$

El área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 2] tiene un valor de $\frac{13}{3}=4.33$ unidades cuadradas.

2.2 La función en el intervalo $\left(-\infty, 2\right]$ es $f(x)=3x-1$ que es continua por ser un polinomio.

En el intervalo $\left(2,+\infty\right)$ es una función racional $f(x)=\dfrac{2x+71}{4x+7}$ cuyo único problema de continuidad es cuando se anule el denominador → $4x+7=0 \Rightarrow x=-\dfrac{7}{4}=-1,75$ que no pertenece al intervalo $\left(2,+\infty\right)$. La función también es continua en el intervalo $\left(2,+\infty\right)$

Solo falta comprobar la continuidad en $x = 2$. Para que sea continua deben coincidir el valor de la función y el valor de los límites laterales.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} 3x-1=5 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x+71}{4x+7}=\dfrac{75}{15}=5 \\ f(2)=6-1=5 \end{array}\right\} \Rightarrow f(2)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=5$$

Al ser los tres valores iguales la función es continua en $x = 2$. La función es continua en $\mathbb{R}$.

2.3 En el intervalo (2, +∞) la función tiene la expresión $f\left(x\right)=\dfrac{2x+71}{4x+7}$.

Buscamos los puntos críticos de la función averiguando cuando se anula su derivada.

$$f\left(x\right)=\frac{2x+71}{4x+7} \Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{2\left(4x+7\right)-4\left(2x+71\right)}{\left(4x+7\right)^2}=\frac{8x+14-8x-284}{\left(4x+7\right)^2}=\frac{-270}{\left(4x+7\right)^2}$$

Al ser el numerador negativo y el denominador positivo esta expresión de la derivada es siempre negativa , por lo que la función siempre decrece.

3. Un instituto está preocupado por el impacto que el uso de redes sociales está teniendo en el rendimiento académico de sus estudiantes de bachillerato. Para investigar este tema, se revisan algunos informes publicados sobre el uso de redes sociales durante las horas de estudio.
A partir de los informes revisados, se ha determinado que el 70 % de los estudiantes usa redes sociales mientras estudia y que el 30 % no lo hace. Del grupo de estudiantes que usa redes sociales, el 60 % estudia menos de 2 horas diarias, mientras que el 40 % estudia 2 o más horas al día. Del grupo que no usa redes sociales, el 20 % estudia menos de 2 horas y el 80 % estudia 2 o más horas.

3.1. Escribir la información anterior en términos de probabilidades de sucesos. **[1 punto]**

3.2. Se selecciona al azar a un estudiante y resulta que estudia menos de 2 horas al día. Determinar si es más probable que este estudiante use redes sociales o no durante sus horas de estudio.
[1 punto]

3.3. Se sabe que el tiempo diario de estudio de los estudiantes sigue una distribución normal con una media de 2.5 horas y una desviación estándar de 0.5 horas.
a) ¿Cuál es el tiempo mínimo de estudio diario que alcanza el 90 % de los estudiantes? **[1 punto]**
b) Calcular la probabilidad de que un estudiante estudie entre 2 y 4.5 horas al día. **[1 punto]**

3.4. El director del instituto selecciona 5 estudiantes al azar para entrevistarles sobre sus hábitos de estudio.
a) Calcular la probabilidad de que al menos 4 estudiantes usen redes sociales durante el estudio. **[1 punto]**
b) Calcular la probabilidad de que exactamente 3 de los 5 estudiantes seleccionados usen redes sociales mientras estudian. **[1 punto]**

3.1. Llamamos A al suceso "el estudiante usa redes sociales mientras estudia", A^C a "el estudiante no usa redes sociales mientras estudia", M a "el estudiante estudia menos de 2 horas diarias", M^C a "el estudiante estudia 2 o más horas al día".

Por los datos proporcionados en el ejercicio podemos decir que $P(A)=0.70$, $P(A^C)=0.30$, $P(M/A)=0.60$, $P(M^C/A)=0.40$, $P(M/A^C)=0.20$ y $P(M^C/A^C)=0.80$.

3.2. Calculamos $P(A/M)$ y $P(A^C/M)$. Son probabilidades a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(A/M)=\frac{P(A\cap M)}{P(M)}=\frac{P(A)P(M/A)}{P(A)P(M/A)+P(A^C)P(M/A^C)}=$$

$$=\frac{0.7\cdot 0.6}{0.7\cdot 0.6+0.3\cdot 0.2}=\frac{7}{8}=\boxed{0.875}$$

$$P(A^C/M)=1-P(A/M)=1-0.975=\boxed{0.125}$$

Se observa que $P(A/M)=0.875>0.125=P(A^C/M)$.

Es más probable que este estudiante que estudia menos de 2 horas al día use redes sociales.

3.3. Llamamos X a la variable aleatoria que nos proporciona el tiempo diario de estudio de los estudiantes (en horas). X = N(2.5, 0.5).

a) Nos piden hallar el valor "a" tal que $P(X > a) = 0.90$.

$$P(X \geq a) = 0.90 \Rightarrow \{Tipificamos\} = P\left(Z \geq \frac{a-2.5}{0.5}\right) = 0.9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Probabilidad} > 0.5 \;\rightarrow \\ \dfrac{a-2.5}{0.5} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{a-2.5}{0.5}\right) = 0.9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{a-2.5}{0.5} = \frac{1.28+1.29}{2} \Rightarrow -a + 2.5 = 1.285 \cdot 0.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a = -2.5 + 0.6425 = -1.8575 \Rightarrow \boxed{a = 1.8575}$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	[illegible]	[illegible]
1,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,8997	0,9014

El tiempo mínimo de estudio diario que alcanza el 90 % de los estudiantes es de 1.8575 horas.

b) Nos piden calcular $P(2 \leq X \leq 4.5)$.

$$P(2 \leq X \leq 4.5) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{2-2.5}{0.5} \leq Z \leq \frac{4.5-2.5}{0.5}\right) = P(-1 \leq Z \leq 4) =$$

$$= P(Z \leq 4) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 4) - [1 - P(Z \leq 1)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)} \end{array} \right\} =$$

$$= 1 - [1 - 0.8413] = \boxed{0.8413}$$

	0,00
0,0	0,[illegible]000
0,1	0,[illegible]398
0,2	0,[illegible]793
0,3	0,[illegible]179
0,4	0,[illegible]554
0,5	0,[illegible]915
0,6	0,[illegible]257
0,7	0,[illegible]580
0,8	0,[illegible]881
0,9	0,[illegible]159
1,0	0,8413

La probabilidad de que un estudiante estudie entre 2 y 4.5 horas al día es de 0.8413.

3.4. Llamamos X a la variable que nos da el número de estudiantes de un grupo de 5 que usa redes sociales. Esta variable es una binomial de parámetros n = 5 y p = 0.7. X = B(5, 0.7).

a) Nos piden hallar $P(X \geq 4)$.

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) =$$

$$= \binom{5}{4} 0.7^4 \cdot 0.3^1 + \binom{5}{5} 0.7^5 \cdot 0.3^0 = 5 \cdot 0.7^4 \cdot 0.3 + 0.7^5 = \boxed{0.52822}$$

Para poder usar la tabla de la binomial deberíamos considerar la variable Y = “número de estudiantes que no usa redes sociales”. Y=B(5, 0.3).
Que usen 4 o 5 estudiantes las redes sociales es el mismo suceso que 1 o 0 estudiantes no las usen.

$$P(4 \text{ o } 5 \text{ usan las redes}) = P(1 \text{ o } 0 \text{ estudiantes no usan las redes}) =$$

$$= P(Y = 1) + P(Y = 0) = \{\text{Miramos en la tabla}\} = 0.3602 + 0.1681 = \boxed{0.5283}$$

n	r	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4[illegible]00
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4[illegible]00
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0[illegible]00
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3[illegible]30
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4[illegible]10
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1[illegible]90
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0[illegible]70
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2[illegible]01
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4[illegible]16
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2[illegible]46
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0[illegible]56
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	[illegible]
5	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,1681
	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,3602
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	[illegible]

La probabilidad de que al menos 4 estudiantes usen redes sociales durante el estudio es de 0.5283.

b) Tomamos la variable Y = “número de estudiantes que no usa redes sociales”.
Y=B(5, 0.3).
Que exactamente 3 estudiantes usen las redes sociales es el mismo suceso que 2 estudiantes no las usen.
Debemos calcular $P(Y = 2)$.

$$P(Y = 2) = \{\text{Miramos en la tabla}\} = \boxed{0.3087}$$

n	r \ p	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	[illegible]
	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,3087
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	[illegible]
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284

La probabilidad de que exactamente 3 de los 5 estudiantes seleccionados usen redes sociales mientras estudian es de 0.3087.