Evaluación para el Acceso a la Universidad. Convocatoria de 2025
Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los ejercicios 3 y 4 deberá contestar solamente a UNO de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. **Solo están permitidas las calculadoras de tipo 1 y 2**. Cada ejercicio completo puntuará 2.5 puntos. Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1. Un centro de procesamiento de datos ha tomado una muestra de su consumo eléctrico en una muestra de 10 meses, obteniendo 26, 33, 25, 24, 32, 28, 38, 29, 22 y 33 MWh. Si el consumo mensual de electricidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 5$ MWh,

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del consume eléctrico con un nivel de confianza del 97.08%. **(1 punto)**

b) Calcula el tamaño mínimo necesario de una muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 2 MWh. **(1 punto)**

c) Razona si, con los datos y resultados disponibles, se puede afirmar que el consumo eléctrico mensual es inferior a 25 MWh. **(0.5 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Ejercicio 2. En la fase nacional de la Olimpiada de Matemáticas Española se reparten un total de 36 medallas, divididas en oro, plata y bronce. El número de medallas de bronce triplica a las medallas de oro y sabemos que, si dos de las medallas de plata se pasaran a la categoría de bronce, entonces la cantidad de medallas de bronce duplicaría la cantidad de medallas de plata.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular qué cantidad de medallas de cada tipo se reparten. **(1.5 puntos)**

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. **(1 punto)**

Ejercicio 3. Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes

Apartado a) El precio, P(x) (en euros), de las acciones de una compañía a lo largo de 10 días (x = días) viene expresado por la función:

$$P(x)=\begin{cases} 18x^2-100x+162 & si\ \ 0\le x\le c \\ -x^3+18x^2-96x+162 & si\ \ c<x<10 \end{cases}$$

a.1) ¿Para qué valor de c el precio de las acciones se comporta de forma continua en $x = c$? **(1 punto)**

a.2) Suponiendo que $c = 2$, ¿cuándo se tienen los precios máximo y mínimo de las acciones a partir del segundo día? **(0.75 puntos)**

a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos de tiempo el precio de las acciones crece y en cuáles decrece a partir del segundo día. **(0.75 puntos)**

Apartado b) Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que la función tiene un máximo relativo en el punto $(1,0)$, un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$ y la pendiente de la recta tangente a la curva en $x=2$ es –9.

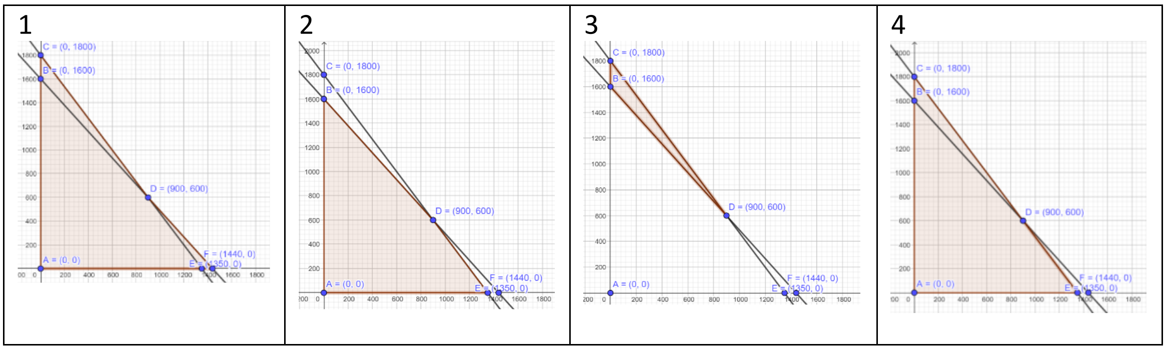
b.1) Encuentra el valor de los parámetros a, b, c y d. **(1.5 puntos)** b.2) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X de la ecuación matricial $A\cdot B\cdot X = C\cdot X + I$, donde I es la matriz identidad de orden 2. **(1 punto)**

Ejercicio 4. Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes

Apartado a) Una empresa de productos de papelería dispone de 270 m^2 de cartón y de 432 m de cinta de goma para la fabricación de dos tipos de carpetas: tamaño folio y tamaño cuartilla. Para una del primer tipo se necesitan 0.20 m^2 de cartón y 30 cm de cinta de goma y se vende a 2.10 € la unidad. Para una carpeta del segundo tipo se necesitan 0.15 m^2 de cartón y 27 cm de cinta de goma y se vende a 1.50 € la unidad. Sabiendo que se venden todas las carpetas que se fabrican:

a.1) Expresa la función objetivo para la venta de carpetas. **(0.75 puntos)**

a.2) Determina, **razonadamente**, cuál de las siguientes regiones factibles corresponden al problema planteado. **(0,75 puntos)**



a.3) Determina cuántas carpetas de cada tipo tiene que fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo y calcula el beneficio. **(1 punto)**

Apartado b) Una tienda online de telefonía ha vendido en mayo 360 teléfonos móviles, de los cuales 144 son iPhone, 126 Samsung y el resto Xiaomi. Sin embargo, se devolvieron el 4% de los iPhone, el 5% de los Samsung y el 3% de los Xiaomi.

b.1) Elegida una venta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no se produzca la devolución del teléfono? **(0.75 puntos)**

b.2) Si se sabe que un teléfono ha sido devuelto, ¿cuál es la probabilidad de que sea Samsung? **(0.5 puntos)**

b.3) Si se sabe que la venta diaria de teléfonos sigue una función de la forma: $V(x)=ax^3+bx^2+c$, encuentra los valores de los parámetros *a*, *b* y *c* sabiendo que la venta en el instante inicial es tres, $V(0)=3$, el primer día se venden 8 móviles y la función tiene como recta tangente en ese punto la ecuación $y=2x+6$. **(1.25 puntos)**

SOLUCIONES

Ejercicio 1. Un centro de procesamiento de datos ha tomado una muestra de su consumo eléctrico en una muestra de 10 meses, obteniendo 26, 33, 25, 24, 32, 28, 38, 29, 22 y 33 MWh. Si el consumo mensual de electricidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ = 5 MWh.

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del consume eléctrico con un nivel de confianza del 97.08%. **(1 punto)**

b) Calcula el tamaño mínimo necesario de una muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 2 MWh. **(1 punto)**

c) Razona si, con los datos y resultados disponibles, se puede afirmar que el consumo eléctrico mensual es inferior a 25 MWh. **(0.5 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

X = Consumo eléctrico al mes en MWh. Desviación típica = σ = 5 MWh. X = N(μ, 5)

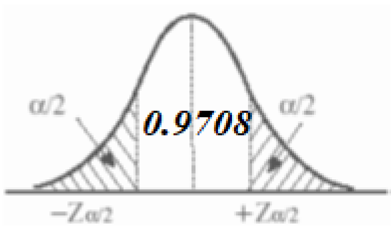
Tamaño de la muestra = n = 10 meses.

La media muestral es $\bar{x} = \dfrac{26+33+25+24+32+28+38+29+22+33}{10} = 29\,MWh$.

a) Con un nivel de confianza del 97.08 % hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1-\alpha = 0.9708 \to \alpha = 0.0292 \to \frac{\alpha}{2} = 0.0146 \to 1-\frac{\alpha}{2} = 0.9854 \to z_{\alpha/2} = 2.18$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	$\boxed{0.08}$	0
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9
$\boxed{2.1}$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{0.9854}$	0.9



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.18 \cdot \frac{5}{\sqrt{10}} \simeq 3.4469 \text{ MWh}$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error,\, \bar{x} + Error\right) = \left(29 - 3.4469,\, 29 + 3.4469\right) = \left(25.5531, 32.4469\right)$$

b) Si mantenemos el nivel de confianza el valor de $z_{\alpha/2}$ es el mismo: $z_{\alpha/2} = 2.18$.
Utilizamos la fórmula del error para obtener el valor de n.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 2.18 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.18 \cdot 5}{2} = 5.45 \Rightarrow n = 5.45^2 = 29.7025$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser de 30 meses.

c) Para una muestra de 10 meses hemos obtenido un intervalo de confianza para el consumo medio mensual $(25.5531, 32.4469)$, por lo que el consumo medio se sitúa entre 25.5 y 32.4 MWh, con un error de 3.4469 MWh.
Si la muestra es de al menos 30 meses el error cometido es de 2 MWh o menos, por lo que siempre el consumo medio es superior a 25 MWh.
No se puede afirmar que el consumo es inferior a 25 MWh, pues en realidad es superior.

Ejercicio 2. En la fase nacional de la Olimpiada de Matemáticas Española se reparten un total de 36 medallas, divididas en oro, plata y bronce. El número de medallas de bronce triplica a las medallas de oro y sabemos que, si dos de las medallas de plata se pasaran a la categoría de bronce, entonces la cantidad de medallas de bronce duplicaría la cantidad de medallas de plata.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular qué cantidad de medallas de cada tipo se reparten. **(1.5 puntos)**

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. **(1 punto)**

a) Llamamos "x" al número de medallas de oro, "y" al número de medallas de plata y "z" al número de medallas de bronce.

"En la fase nacional de la Olimpiada de Matemáticas Española se reparten un total de 36 medallas" → $x+y+z=36$

"El número de medallas de bronce triplica a las medallas de oro" → $z=3x$

"Si dos de las medallas de plata se pasaran a la categoría de bronce, entonces la cantidad de medallas de bronce duplicaría la cantidad de medallas de plata" → $z+2=2(y-2)$

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=36 \\ z=3x \\ z+2=2(y-2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=36 \\ z=3x \\ z+2=2y-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=36 \\ z=3x \\ z=2y-6 \end{array}\right\}$$

b) Resolvemos el sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=36 \\ z=3x \\ z=2y-6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+3x=36 \\ 3x=2y-6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+y=36 \\ 3x=2y-6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=36-4x \\ 3x=2y-6 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x=2(36-4x)-6 \Rightarrow 3x=72-8x-6 \Rightarrow 11x=66 \Rightarrow \boxed{x=\frac{66}{11}=6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{y=36-4\cdot 6=12} \\ \boxed{z=3\cdot 6=18} \end{array}\right.$$

Se repartieron 6 medallas de oro, 12 de plata y 18 de bronce.

Ejercicio 3.
Apartado a) El precio, P(x) (en euros), de las acciones de una compañía a lo largo de 10 días (x = días) viene expresado por la función:

$$P(x) = \begin{cases} 18x^2 - 100x + 162 & si \ \ 0 \le x \le c \\ -x^3 + 18x^2 - 96x + 162 & si \ \ c < x < 10 \end{cases}$$

a.1) ¿Para qué valor de *c* el precio de las acciones se comporta de forma continua en *x = c*? **(1 punto)**
a.2) Suponiendo que *c = 2*, ¿cuándo se tienen los precios máximo y mínimo de las acciones a partir del segundo día? **(0.75 puntos)**
a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos de tiempo el precio de las acciones crece y en cuáles decrece a partir del segundo día. **(0.75 puntos)**

a.1) Para que sea continua en $x = c$ deben coincidir los limites laterales y el valor de la función en $x = c$.

$$\left.\begin{array}{l} P(c) = 18c^2 - 100c + 162 \\ \lim\limits_{x \to c^-} P(x) = \lim\limits_{x \to c^-} 18x^2 - 100x + 162 = 18c^2 - 100c + 162 \\ \lim\limits_{x \to c^+} P(x) = \lim\limits_{x \to c^+} -x^3 + 18x^2 - 96x + 162 = -c^3 + 18c^2 - 96c + 162 \\ P(c) = \lim\limits_{x \to c^-} P(x) = \lim\limits_{x \to c^+} P(x) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{18c^2} - 100c + \cancel{162} = -c^3 + \cancel{18c^2} - 96c + \cancel{162} \Rightarrow c^3 - 4c = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c\left(c^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{c = 0} \\ c^2 - 4 = 0 \to c^2 = 4 \to \boxed{c = \sqrt{4} = 2} \in [0,10) \end{cases}$$

La función es continua para *c = 0* y para *c = 2*.

a.2) Para *c = 2* la función queda $P(x) = \begin{cases} 18x^2 - 100x + 162 & si \ \ 0 \le x \le 2 \\ -x^3 + 18x^2 - 96x + 162 & si \ \ 2 < x < 10 \end{cases}$.

La función a partir del segundo día tiene la expresión $P(x) = -x^3 + 18x^2 - 96x + 162$.

Averiguamos cuando se anula la derivada de la función.

$$\left.\begin{array}{l} P'(x) = -3x^2 + 36x - 96 \\ P'(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -3x^2 + 36x - 96 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(32)}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} = \begin{cases} \dfrac{12+4}{2} = \boxed{8 = x} \\ \dfrac{12-4}{2} = \boxed{4 = x} \end{cases}$$

Sustituimos estos valores en la segunda derivada para averiguar si son máximo o mínimo.

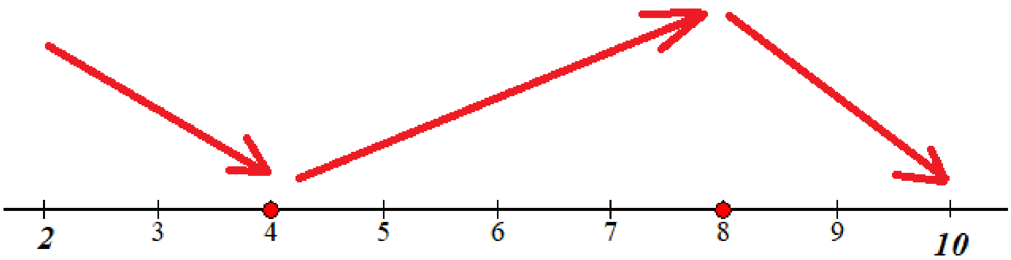
$$P''(x) = -6x + 36 \Rightarrow \begin{cases} P''(4) = -24 + 36 = 12 > 0 \rightarrow x = 4 \text{ es mínimo} \\ P''(8) = -48 + 32 = -16 < 0 \rightarrow x = 8 \text{ es máximo} \end{cases}$$

Valoramos la función en los extremos del intervalo $(2,10)$ y en estos dos puntos críticos.

$$\lim_{x \to 2^+} P(x) = -2^3 + 18 \cdot 2^2 - 96 \cdot 2 + 162 = 34$$
$$P(4) = -4^3 + 18 \cdot 4^2 - 96 \cdot 4 + 162 = 2$$
$$P(8) = -8^3 + 18 \cdot 8^2 - 96 \cdot 8 + 162 = 34$$
$$\lim_{x \to 10^-} P(x) = -10^3 + 18 \cdot 10^2 - 96 \cdot 10 + 162 = 2$$

El precio mínimo se tiene al cuarto día y el máximo al octavo día.

a.3) Para $c = 2$ a partir del segundo día la función es continua y tiene un mínimo en $x = 4$ y un máximo en $x = 8$. La función sigue el esquema siguiente.



El precio decrece del segundo día al cuarto, crece del cuarto al octavo y decrece del octavo al décimo.

Ejercicio 3.

Apartado b) Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que la función tiene un máximo relativo en el punto $(1,0)$, un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$ y la pendiente de la recta tangente a la curva en $x=2$ es –9.

b.1) Encuentra el valor de los parámetros a, b, c y d. **(1.5 puntos)**

b.2) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X de la ecuación matricial $A\cdot B\cdot X=C\cdot X+I$, donde I es la matriz identidad de orden 2. **(1 punto)**

b.1) Si la función pasa por el punto (1, 0) entonces *f(1) = 0.*

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \\ f(1)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0=a\cdot 1^3+b\cdot 1^2+c\cdot 1+d \Rightarrow \boxed{a+b+c+d=0}$$

La función tiene un máximo en *x = 1*, por lo que la derivada primera se anula → $f'(1)=0$.

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=3ax^2+2bx+c \\ f'(1)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0=3a\cdot 1^2+2b\cdot 1+c \Rightarrow \boxed{0=3a+2b+c}$$

La función tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$ → $f''(0)=0$

$$\left.\begin{array}{l} f''(x)=6ax+2b \\ f''(0)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0=6a\cdot 0+2b \Rightarrow 2b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$$

La función queda $f(x)=ax^3+cx+d$

Si la pendiente de la recta tangente a la curva en *x = 2* es –9 se cumple que $f'(2)=-9$.

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=3ax^2+c \\ f'(2)=-9 \end{array}\right\} \Rightarrow -9=3a\cdot 2^2+c \Rightarrow \boxed{-9=12a+c}$$

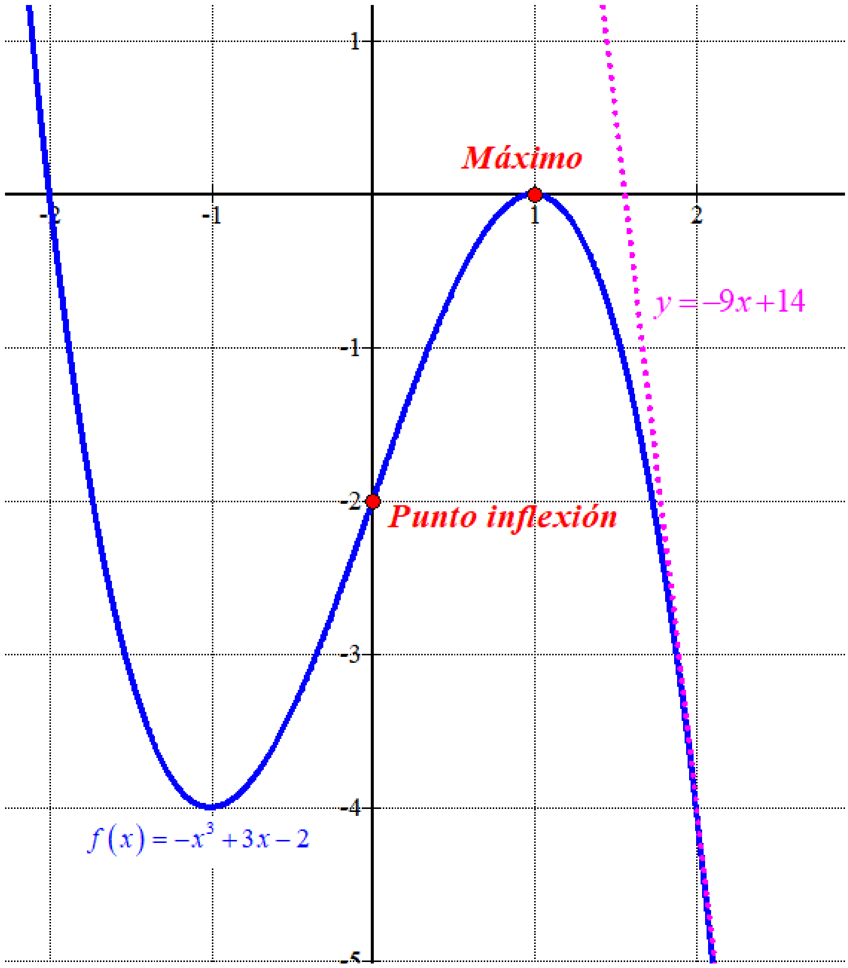
Reunimos las ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} a+b+c+d=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ \boxed{b=0} \\ 12a+c=-9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+c+d=0 \\ 3a+c=0 \\ 12a+c=-9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+c+d=0 \\ c=-3a \\ 12a+c=-9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a-3a+d=0 \\ 12a-3a=-9 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2a+d=0 \\ 9a=-9 \rightarrow \boxed{a=-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2+d=0 \Rightarrow \boxed{d=-2} \\ \boxed{c=-3(-1)=3} \end{array}\right.$$

Los valores buscados son *a = –1, b = 0, c = 3* y *d = –2.*

Lo comprobamos dibujando la gráfica de la función $f(x)=-x^3+3x-2$.



b.2) Despejamos X de la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X = C \cdot X + I$.

$$A \cdot B \cdot X = C \cdot X + I \Rightarrow A \cdot B \cdot X - C \cdot X = I \Rightarrow (A \cdot B - C) X = I$$

Por la expresión obtenida sabemos que la matriz X es la inversa de la matriz $A \cdot B - C$. Obtenemos la expresión de la matriz $A \cdot B - C$.

$$A \cdot B - C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2+0+2 & 4+0+0 \\ -1+0+4 & -2-3+0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Comprobamos que su determinante es no nulo y por tanto existe la inversa.

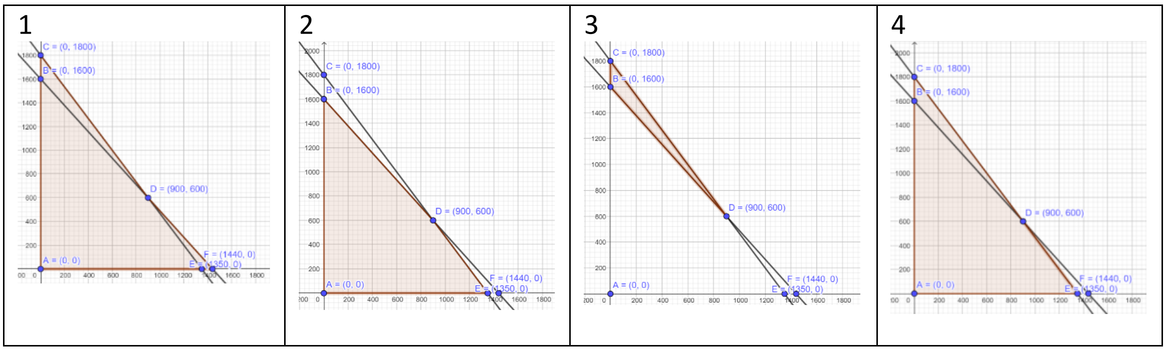
$$\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2 \neq 0$$

Obtenemos la inversa de la matriz $A \cdot B - C$.

$$\left(A\cdot B-C\right)^{-1}=\frac{Adj\left(\left(A\cdot B-C\right)^{T}\right)}{\left|\left(A\cdot B-C\right)\right|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}}{-2}=\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-2 & -2\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1/2 & 0\end{pmatrix}$$

La matriz X tiene la expresión $X=\left(A\cdot B-C\right)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1/2 & 0\end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.
Apartado a) Una empresa de productos de papelería dispone de 270 m^2 de cartón y de 432 m de cinta de goma para la fabricación de dos tipos de carpetas: tamaño folio y tamaño cuartilla. Para una del primer tipo se necesitan 0.20 m^2 de cartón y 30 cm de cinta de goma y se vende a 2.10 € la unidad. Para una carpeta del segundo tipo se necesitan 0.15 m^2 de cartón y 27 cm de cinta de goma y se vende a 1.50 € la unidad. Sabiendo que se venden todas las carpetas que se fabrican:
a.1) Expresa la función objetivo para la venta de carpetas. **(0.75 puntos)**
a.2) Determina, **razonadamente**, cuál de las siguientes regiones factibles corresponden al problema planteado. **(0,75 puntos)**



a.3) Determina cuántas carpetas de cada tipo tiene que fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo y calcula el beneficio. **(1 punto)**

a.1) Llamamos “x” al número de carpetas folio e “y” al número de carpetas cuartilla.
Hacemos una tabla con los datos del ejercicio.

	m^2 de cartón	Cinta de goma	Beneficio
Nº carpetas folio (x)	0.20x	0.30x	2.10x
Nº carpetas cuartilla (y)	0.15y	0.27y	1.5y
TOTALES	$0.2x+0.15y$	$0.3x+0.27y$	$2.1x+1.5y$

La función objetivo es el beneficio que viene expresado como $B(x,y)=2.1x+1.5y$.
Deseamos maximizar dichos beneficios.

a.2) Obtenemos las inecuaciones asociadas al ejercicio.

“Una empresa de productos de papelería dispone de 270 m^2 de cartón y de 432 m de cinta de goma” → $0.2x+0.15y\le 270$; $0.3x+0.27y\le 432$.
Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$

Reunimos estas restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 0.2x+0.15y\le 270 \\ 0.3x+0.27y\le 432 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20x+15y\le 27000 \\ 30x+27y\le 43200 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 5400 \\ 10x+9y\le 14400 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos las rectas que delimitan la región del plano que cumple las restricciones (Región factible).

$4x+3y=5400$

x	$y=\dfrac{5400-4x}{3}$
0	1800
900	600
1350	0

$10x+9y=14400$

x	$y=\dfrac{14400-10x}{9}$
0	1600
900	600
1440	0

$x \geq 0;\ y \geq 0$

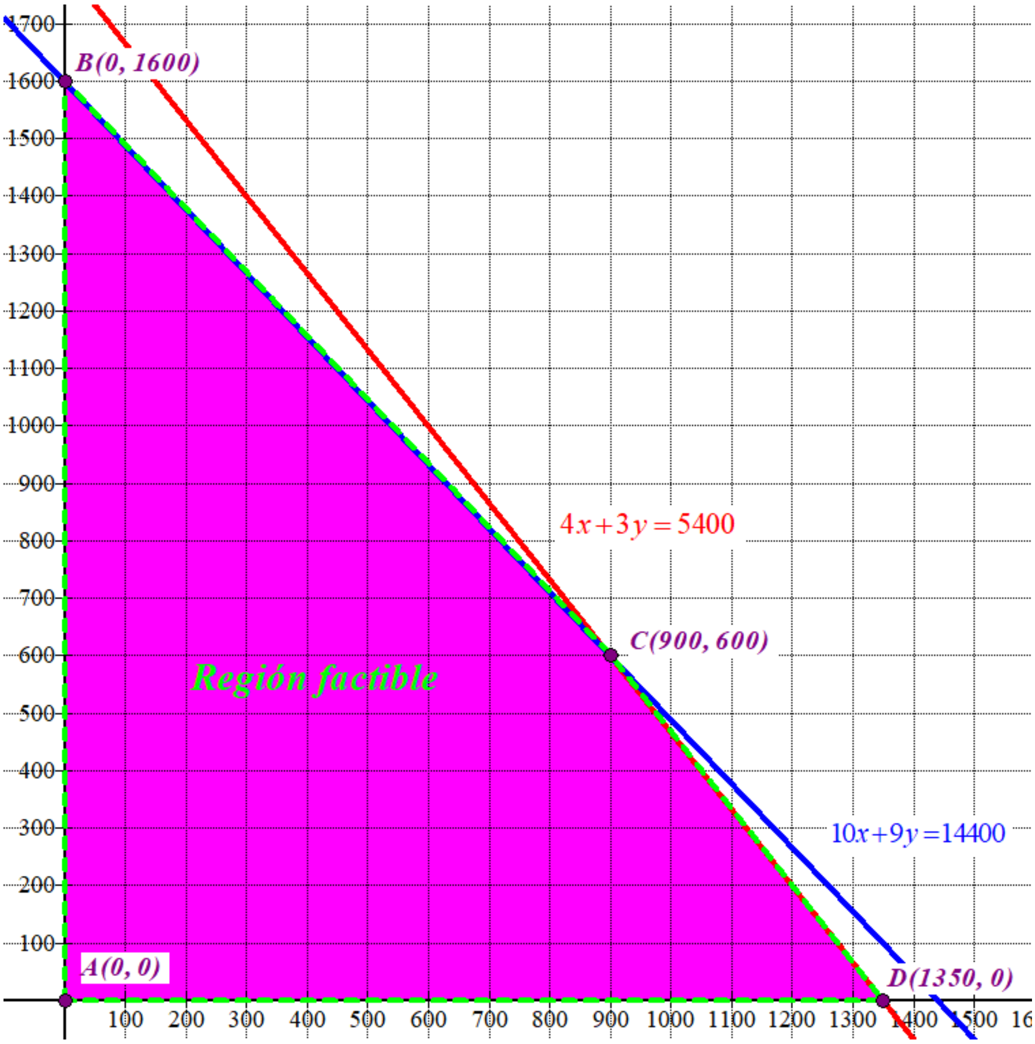
Primer cuadrante

Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 4x+3y \leq 5400 \\ 10x+9y \leq 14400 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la zona del primer cuadrante situada por debajo de las rectas azul y roja.

Comprobamos si el punto P(100, 100) perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 400+300 \leq 5400 \\ 1000+900 \leq 14400 \\ 100 \geq 0;\ 100 \geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

La región factible es la zona de color rosa del dibujo inferior.



La región factible es la número 2.

a.3) Valoramos la función beneficio en cada vértice de la región factible en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$

B(0, 1600) → $B(0,1600)=2.1\cdot 0+1.5\cdot 1600=2400$

C(900, 600) → $B(900,600)=2.1\cdot 900+1.5\cdot 600=2790$

D(1350, 0) → $B(1350,0)=2.1\cdot 1350+1.5\cdot 0=$ 2835 ¡Máximo!

El máximo se alcanza en el vértice D(1350, 0) con un valor de 2835.
Se deben fabricar 1350 carpetas tamaño folio y 0 carpetas tamaño cuartilla para obtener un beneficio máximo de 2835 €.

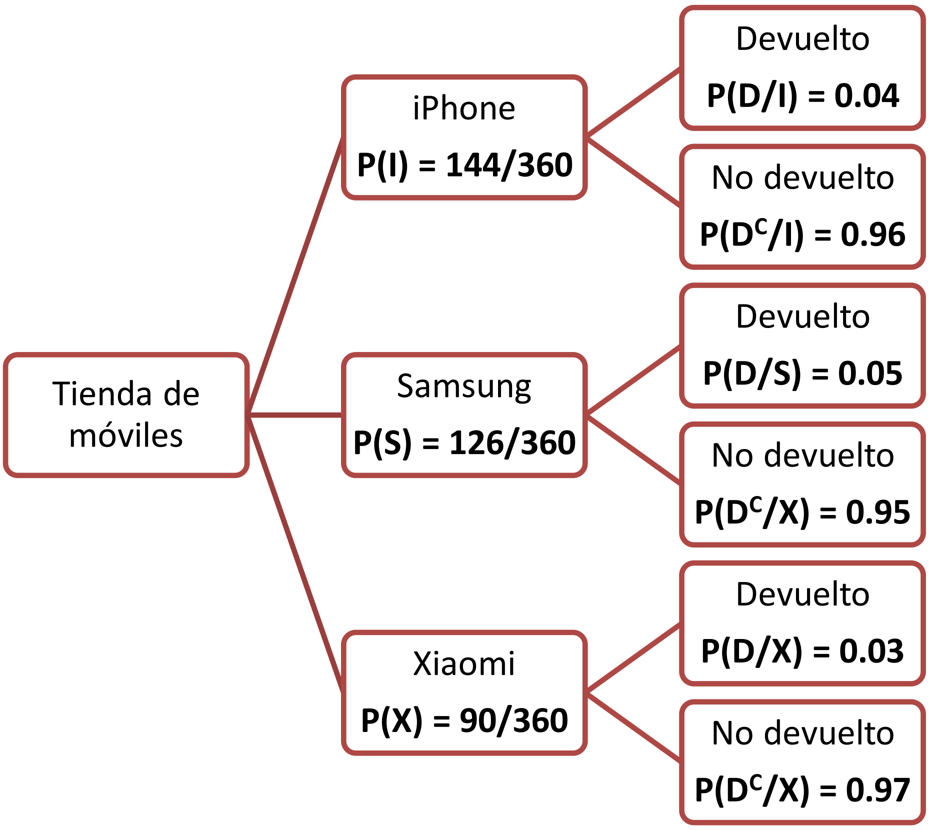
Ejercicio 4.
Apartado b) Una tienda online de telefonía ha vendido en mayo 360 teléfonos móviles, de los cuales 144 son iPhone, 126 Samsung y el resto Xiaomi. Sin embargo, se devolvieron el 4% de los iPhone, el 5% de los Samsung y el 3% de los Xiaomi.

b.1) Elegida una venta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no se produzca la devolución del teléfono? **(0.75 puntos)**

b.2) Si se sabe que un teléfono ha sido devuelto, ¿cuál es la probabilidad de que sea Samsung? **(0.5 puntos)**

b.3) Si se sabe que la venta diaria de teléfonos sigue una función de la forma: $V(x) = ax^3 + bx^2 + c$, encuentra los valores de los parámetros *a*, *b* y *c* sabiendo que la venta en el instante inicial es tres, $V(0) = 3$, el primer día se venden 8 móviles y la función tiene como recta tangente en ese punto la ecuación $y = 2x + 6$. **(1.25 puntos)**

Llamamos I a "el teléfono móvil es iPhone", S a "el teléfono móvil es Samsung", X a "el teléfono móvil es Xiaomi" y D a "el teléfono móvil es devuelto".
Realizamos un diagrama de árbol.



b.1) Nos piden calcular $P(D^C)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D^C) = P(I)P(D^C/I) + P(S)P(D^C/S) + P(X)P(D^C/X) =$$

$$= \frac{144}{360} \cdot 0.96 + \frac{126}{360} \cdot 0.95 + \frac{90}{360} \cdot 0.97 = \boxed{0.959}$$

La probabilidad de que no se produzca la devolución del teléfono es de 0.959.

b.2) Nos piden calcular $P(S/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(S/D)=\frac{P(S\cap D)}{P(D)}=\frac{P(S)P(D/S)}{1-P(D^C)}=\frac{\frac{126}{360}\cdot 0.05}{1-0.959}=\boxed{\frac{35}{82}\simeq 0.4268}$$

La probabilidad de que un teléfono devuelto sea Samsung es de $\frac{35}{82}\simeq 0.4268$.

b.3) Aplicamos que $V(0)=3$

$$\left.\begin{array}{l} V(x)=ax^3+bx^2+c \\ V(0)=3 \end{array}\right\}\Rightarrow 3=a\cdot 0^3+b\cdot 0^2+c\Rightarrow \boxed{c=3}$$

La función queda $V(x)=ax^3+bx^2+3$.

Aplicamos que $V(1)=8$

$$\left.\begin{array}{l} V(x)=ax^3+bx^2+3 \\ V(1)=8 \end{array}\right\}\Rightarrow 8=a\cdot 1^3+b\cdot 1^2+3\Rightarrow \boxed{a+b=5}$$

Aplicamos que la función tiene como recta tangente en *x = 1* la ecuación $y=2x+6$. Por lo que la derivada de la función en *x = 1* es igual que la pendiente de la recta tangente y vale 2 → $V'(1)=2$.

$$\left.\begin{array}{l} V'(t)=3ax^2+2bx \\ V'(1)=2 \end{array}\right\}\Rightarrow 2=3a\cdot 1^2+2b\cdot 1\Rightarrow \boxed{3a+2b=2}$$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} a+b=5 \\ 3a+2b=2 \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=5-b \\ 3a+2b=2 \end{array}\right\}\Rightarrow 3(5-b)+2b=2\Rightarrow 15-3b+2b=2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b=-13\Rightarrow \boxed{b=13}\Rightarrow \boxed{a=5-13=-8}$$

Los valores necesarios para que se cumpla lo pedido son *a = –8*, *b = 13* y *c = 3*-