Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2025

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 0

Responda a los CUATRO ejercicios siguientes. Observe que en el ejercicio 4 debe escoger sólo una de las dos OPCIONES A o B. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Es necesario que la redacción de la respuesta se haga de forma coherente, con corrección y claridad, utilizando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara. En su defecto, se podrá descontar hasta un máximo de 0,25 puntos del valor de la pregunta.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 12, 13, 14 y 15) para realizar esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

Ejercicio 1.

Dos compañías de taxi, A y B, ofrecen distintas tarifas. La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido, mientras que el precio de la compañía B sigue la función $g(x)=0.01x^2+0.1x+10$, en la que x representa el número de kilómetros recorridos.

a) ¿Cuál de las dos compañías ofrece la tarifa más económica si se hace un recorrido de 10 km? ¿Y si se hace de 80 km? Calcule la diferencia de precio en cada caso. ¿Hay algún coste fijo en la tarifa de la compañía B solo por subirse al taxi? [1 punto]

b) Determine para qué número de kilómetros recorridos las dos tarifas coinciden. Si se consideran solo los trayectos inferiores a esta cantidad, ¿para qué número de kilómetros la diferencia de precio entre una tarifa y la otra es máxima? ¿Cuál es esta diferencia máxima de precio? [1,5 puntos]

Ejercicio 2.

Una empresa de muebles dispone de tres fábricas que producen un determinado modelo de sofá. El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades de este modelo y se sabe que la segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas.

a) Con esta información, ¿se puede determinar cuántos sofás produjo cada una de las fábricas? Justifique la respuesta. A continuación, calcule, solo con esta información, cuántos sofás produjo la segunda fábrica. [1,25 puntos]

b) Se sabe también que un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color. Encuentre cuántos sofás produjo cada fábrica el mes pasado. [1,25 puntos]

Ejercicio 3.

Se quiere saber el porcentaje de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal en una población determinada. Se toma una muestra aleatoria de 350 personas, 218 de las cuales se manifiestan a favor de la propuesta y el resto, en contra.

a) Escriba un intervalo de confianza del 95 % para el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo en esta población.

Nota: Recuerde que, si Z sigue una distribución normal (0, 1), $P(-1{,}96 \le Z \le 1{,}96) = 0{,}95$. Recuerde también que, para muestras grandes, el intervalo de confianza para una proporción con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ viene dado por $\left[p - z_\gamma\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}},\, p + z_\gamma\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right]$. [1,25 puntos]

b) Junto a esta población hay dos pueblos pequeños, que llamaremos A y B, que también podrían beneficiarse del polideportivo. El pueblo A tiene en total 250 habitantes, de los que 180 están a favor de la construcción y el resto en contra. El pueblo B tiene 175 habitantes de los que 90 están a favor y el resto en contra. Escogemos a un individuo al azar de entre todos los individuos de estos dos pueblos. ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de la construcción del polideportivo? Si sabemos que este individuo está a favor de la construcción del polideportivo, ¿cuál es la probabilidad de que sea del pueblo A? [1,25 puntos]

Ejercicio 4.

Una campesina contrata a una empresa de conductores para que le lleven los tractores hasta los pueblos donde deben trabajar. Supongamos que los conductores realizan todo el trayecto a una velocidad constante.

Elija una opción (opción A u opción B) y responda a las preguntas de la opción elegida:

OPCIÓN A

a) Supongamos que un pueblo, al que se debe llevar un tractor, se encuentra a 300 km de distancia. Sabemos que el gasóleo que utiliza el tractor cuesta 1,96 € por litro y que el conductor cobra 14,70 € la hora. Sabemos también que el consumo de gasóleo (en litros por hora), en función de la velocidad x (en kilómetros por hora), viene dado por la función $G(x) = 5 + \dfrac{x^2}{98}$.

Compruebe que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x) = 300\left(\dfrac{24{,}5}{x} + 0{,}02x\right)$ [1,25 puntos]

b) Supongamos que la campesina tenga que enviar tractores a poblaciones que se encuentren a 100, 200 y 300 km de distancia. Estos tractores pueden realizar el trayecto a 35, 25 o 15 km/h. Construya una matriz que contenga el coste total del viaje según la distancia a la que se encuentra el pueblo (columnas) y según la velocidad a la que circula el tractor (filas). Si en total debe llevar 3 tractores a una localidad que se encuentra a 100 km, 3 tractores a una localidad que se encuentra a 200 km y 2 tractores a una localidad que se encuentra a 300 km calcule, mediante un producto de matrices, cuánto le costará todo según si los tractores circulan a 35, 25 o 15 km/h. [1,25 puntos]

OPCIÓN B

a) Si sabemos que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C\left(x\right)=\frac{7350}{x}+6x$. Calcule cuál es la velocidad que hace que el coste total del viaje sea mínimo. ¿Cuál es ese coste? [1,25 puntos]

b) Supongamos que durante el trayecto existen en total tres áreas de servicio y, en cada una de ellas, el conductor decide si se detiene a descansar un poco con una probabilidad de 1/3, independientemente de si se ha parado o no en las demás áreas. Calcule cuál es la probabilidad de que no se detenga ninguna vez. ¿Cuál es la probabilidad de que se pare exactamente dos veces? [1,25 puntos]

SOLUCIONES

Ejercicio 1.
Dos compañías de taxi, A y B, ofrecen distintas tarifas. La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido, mientras que el precio de la compañía B sigue la función $g(x)=0.01x^2+0.1x+10$, en la que x representa el número de kilómetros recorridos.

a) ¿Cuál de las dos compañías ofrece la tarifa más económica si se hace un recorrido de 10 km? ¿Y si se hace de 80 km? Calcule la diferencia de precio en cada caso. ¿Hay algún coste fijo en la tarifa de la compañía B solo por subirse al taxi? [1 punto]

b) Determine para qué número de kilómetros recorridos las dos tarifas coinciden. Si se consideran solo los trayectos inferiores a esta cantidad, ¿para qué número de kilómetros la diferencia de precio entre una tarifa y la otra es máxima? ¿Cuál es esta diferencia máxima de precio? [1,5 puntos]

a) La tarifa de la compañía A tiene la expresión:
"La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido" → $f(x)=0.4x+20$.

La tarifa de la compañía B tiene la expresión $g(x)=0.01x^2+0.1x+10$.

Para x = *10* en la compañía A hay que pagar $f(10)=0.4\cdot 10+20=24$ euros y en la B hay que pagar $g(10)=0.01\cdot 10^2+0.1\cdot 10+10=12$ euros. Es más económica la compañía B.

Para x = *80* en la compañía A hay que pagar $f(80)=0.4\cdot 80+20=52$ euros y en la B hay que pagar $g(80)=0.01\cdot 80^2+0.1\cdot 80+10=82$ euros. Es más económica la compañía A.

La diferencia de precio para 10 kilómetros es 24 – 12 = 12 euros y para 80 kilómetros es $82-52=30$ euros.
En la compañía B si haces 0 kilómetros (solo subirte al taxi) el coste es $g(0)=0.01\cdot 0^2+0.1\cdot 0+10=10$ euros. Este es el coste fijo de la compañía B.

b) Veamos cuando coinciden las dos funciones.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=0.4x+20 \\ g(x)=0.01x^2+0.1x+10 \\ f(x)=g(x) \end{array}\right\} \Rightarrow 0.01x^2+0.1x+10=0.4x+20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.01x^2-0.3x-10=0 \Rightarrow x^2-30x-1000=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{30\pm\sqrt{(-30)^2-4(1)(-1000)}}{2}=\frac{30\pm 70}{2}=\begin{cases} \dfrac{30+70}{2}=50 \\ \dfrac{30-70}{2}=-20 \text{ ¡No válido!} \end{cases}$$

Las tarifas coinciden cuando se hacen 50 kilómetros.

Obtenemos la función diferencia de precios para $0\le x\le 50$.

$$d(x)=f(x)-g(x)=0.4x+20-\left(0.01x^2+0.1x+10\right)\Rightarrow d(x)=-0.01x^2+0.3x+10$$

Hallamos los puntos críticos de la función $d(x) = -0.01x^2 + 0.3x + 10$.

$$\left.\begin{array}{l} d'(x) = -0.02x + 0.3 \\ d'(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -0.02x + 0.3 = 0 \Rightarrow 0.02x = 0.3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{0.3}{0.02} = 15}$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$d'(x) = -0.02x + 0.3 \Rightarrow d''(x) = -0.02 \Rightarrow d''(15) = -0.02 < 0$$

Al ser la segunda derivada negativa la diferencia de precios presenta un máximo para 15 kilómetros.

Para 15 kilómetros la diferencia de precio es máxima tomando un valor de $d(15) = -0.01 \cdot 15^2 + 0.3 \cdot 15 + 10 = 12.25$ euros.

Ejercicio 2.
Una empresa de muebles dispone de tres fábricas que producen un determinado modelo de sofá. El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades de este modelo y se sabe que la segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas.

a) Con esta información, ¿se puede determinar cuántos sofás produjo cada una de las fábricas? Justifique la respuesta. A continuación, calcule, solo con esta información, cuántos sofás produjo la segunda fábrica. [1,25 puntos]

b) Se sabe también que un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color. Encuentre cuántos sofás produjo cada fábrica el mes pasado. [1,25 puntos]

a) Llamamos "x" al número de sofás fabricados en la primera fábrica, "y" al número de sofás fabricados en la segunda y "z" al número de sofás fabricados en la tercera.
A partir de la información del ejercicio obtenemos las ecuaciones del sistema.

"El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades" → $x+y+z=1260$.
"La segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas" → $y=x+z$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema e intentamos resolverlo.

$$\left.\begin{array}{l} x+z+y=1260 \\ y=x+z \end{array}\right\} \Rightarrow y+y=1260 \Rightarrow 2y=1260 \Rightarrow \boxed{y=\frac{1260}{2}=630} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+z=630 \Rightarrow x=630-z \Rightarrow \begin{cases} x=630-\alpha \\ y=630 \\ z=\alpha \end{cases} ;\ \alpha \in \mathbb{R}$$

Con la información proporcionada en el ejercicio solo podemos determinar que en la segunda fábrica se hicieron 630 sofás. El número de sofás hechos en la primera y tercera fábrica quedan indeterminados, a falta de algún dato más.

b) Obtenemos una tercera ecuación con el nuevo dato proporcionado en este apartado.

"Un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color" → $0.10x+0.30y+0.20z=284$.

Añadimos esta ecuación al sistema anterior y resolvemos este nuevo sistema.

$$\left.\begin{array}{l} \begin{cases} x=630-\alpha \\ y=630 \\ z=\alpha \end{cases} \\ 0.10x+0.30y+0.20z=284 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \begin{cases} x=630-\alpha \\ y=630 \\ z=\alpha \end{cases} \\ x+3y+2z=2840 \end{array}\right\} \Rightarrow 630-\alpha+3\cdot 630+2\alpha=2840 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2520+\alpha=2840 \Rightarrow \alpha=320 \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x=630-320=310 \\ y=630 \\ z=320 \end{cases}}$$

Se han producido 310 sofás en la primera fábrica, 630 en la segunda y 320 en la tercera.

Ejercicio 3.
Se quiere saber el porcentaje de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal en una población determinada. Se toma una muestra aleatoria de 350 personas, 218 de las cuales se manifiestan a favor de la propuesta y el resto, en contra.

a) Escriba un intervalo de confianza del 95 % para el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo en esta población.
Nota: Recuerde que, si Z sigue una distribución normal (0, 1), $P(-1{,}96 \leq Z \leq 1{,}96) = 0{,}95$. Recuerde también que, para muestras grandes, el intervalo de confianza para una proporción con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ viene dado por $\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$.
[1,25 puntos]

b) Junto a esta población hay dos pueblos pequeños, que llamaremos A y B, que también podrían beneficiarse del polideportivo. El pueblo A tiene en total 250 habitantes, de los que 180 están a favor de la construcción y el resto en contra. El pueblo B tiene 175 habitantes de los que 90 están a favor y el resto en contra. Escogemos a un individuo al azar de entre todos los individuos de estos dos pueblos. ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de la construcción del polideportivo? Si sabemos que este individuo está a favor de la construcción del polideportivo, ¿cuál es la probabilidad de que sea del pueblo A? [1,25 puntos]

a) La muestra es de tamaño n = 350. La proporción muestral de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal es $p = \frac{218}{350} = \frac{109}{175} \simeq 0.6229$.

Como el tamaño de la muestra es grande para el cálculo del intervalo de confianza podemos aplicar la fórmula $\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$.

Sabemos que $\gamma = 0.95 \in (0,1)$ y que $P(-1{,}96 \leq Z \leq 1{,}96) = 0{,}95 \Rightarrow z_\gamma = 1.96$.

El intervalo de confianza pedido es:

$$\left[\frac{109}{175} - 1.96\sqrt{\frac{\frac{109}{175}\left(1 - \frac{109}{175}\right)}{350}}, \frac{109}{175} + 1.96\sqrt{\frac{\frac{109}{175}\left(1 - \frac{109}{175}\right)}{350}} \right] = [0.5721,\ 0.6736]$$

Con un nivel de confianza del 95% el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo está entre el 57.21% y el 67.36%.

b) Entre las dos poblaciones hay 250 + 175 = 425 habitantes. A favor del polideportivo están 180 + 90 = 270 habitantes. Aplicando la regla de Laplace si elegimos un habitante al azar la probabilidad de que esté a favor del polideportivo es $\frac{270}{425} = \frac{54}{85} \simeq 0.6353$.

Si un individuo está a favor de la construcción del polideportivo es uno de los 270 que están a favor. Como hay 180 habitantes del pueblo A que están a favor de la construcción del polideportivo, aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que sea del pueblo A es $\frac{180}{270} = \frac{2}{3} \simeq 0.6667$.

Ejercicio 4. OPCIÓN A
Una campesina contrata a una empresa de conductores para que le lleven los tractores hasta los pueblos donde deben trabajar. Supongamos que los conductores realizan todo el trayecto a una velocidad constante.

a) Supongamos que un pueblo, al que se debe llevar un tractor, se encuentra a 300 km de distancia. Sabemos que el gasóleo que utiliza el tractor cuesta 1,96 € por litro y que el conductor cobra 14,70 € la hora. Sabemos también que el consumo de gasóleo (en litros por hora), en función de la velocidad x (en kilómetros por hora), viene dado por la función $G(x)=5+\frac{x^2}{98}$.
Compruebe que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x)=300\left(\frac{24,5}{x}+0,02x\right)$ [1,25 puntos]

b) Supongamos que la campesina tenga que enviar tractores a poblaciones que se encuentren a 100, 200 y 300 km de distancia. Estos tractores pueden realizar el trayecto a 35, 25 o 15 km/h. Construya una matriz que contenga el coste total del viaje según la distancia a la que se encuentra el pueblo (columnas) y según la velocidad a la que circula el tractor (filas). Si en total debe llevar 3 tractores a una localidad que se encuentra a 100 km, 3 tractores a una localidad que se encuentra a 200 km y 2 tractores a una localidad que se encuentra a 300 km calcule, mediante un producto de matrices, cuánto le costará todo según si los tractores circulan a 35, 25 o 15 km/h. [1,25 puntos]

a) A una velocidad constante de x km/h los 300 kilómetros se recorren en $\frac{300}{x}$ horas.

Por las $\frac{300}{x}$ horas hay que pagarle al conductor $\frac{300}{x}\cdot 14.7=\frac{4410}{x}$ euros.

En el viaje los litros de gasoil por hora son $G(x)=5+\frac{x^2}{98}$, como el viaje dura $\frac{300}{x}$ horas los litros consumidos durante el viaje son $G(x)\cdot\frac{300}{x}=\left(5+\frac{x^2}{98}\right)\frac{300}{x}=\frac{1500}{x}+\frac{300x}{98}$.

Lo multiplicamos por el precio por litro para obtener el coste del gasoil.

$$\left(\frac{1500}{x}+\frac{300x}{98}\right)\cdot 1.96=\frac{2940}{x}+6x \text{ euros.}$$

El coste total del viaje es la suma del gasto en gasoil más el coste del conductor.

$$C(x)=\frac{4410}{x}+\frac{2940}{x}+6x=\frac{7350}{x}+6x=300\left(\frac{24.5}{x}+0.02x\right) \text{ euros.}$$

b) A una velocidad de x km/h el coste del transporte a poblaciones situadas a 300 km tiene la expresión: $C(x)=300\left(\frac{24.5}{x}+0.02x\right)$.

A una velocidad de 35 km/h → $C(35)=300\left(\frac{24.5}{35}+0.02\cdot 35\right)=420\text{€}$

A una velocidad de 25 km/h → $C(25)=300\left(\frac{24.5}{25}+0.02\cdot 25\right)=444\text{€}$

A una velocidad de 15 km/h → $C(15)=300\left(\frac{24.5}{15}+0.02\cdot 15\right)=580\text{€}$

A una velocidad de x km/h el coste del transporte a poblaciones situadas a 200 km tiene la expresión: $C(x)=200\left(\frac{24.5}{x}+0.02x\right)$.

A una velocidad de 35 km/h → $C(35)=200\left(\frac{24.5}{35}+0.02\cdot 35\right)=280\text{€}$

A una velocidad de 25 km/h → $C(25)=200\left(\frac{24.5}{25}+0.02\cdot 25\right)=296\text{€}$

A una velocidad de 15 km/h → $C(15)=200\left(\frac{24.5}{15}+0.02\cdot 15\right)=\frac{1160}{3}\simeq 386.667\text{€}$

A una velocidad de x km/h el coste del transporte a poblaciones situadas a 100 km tiene la expresión: $C(x)=100\left(\frac{24.5}{x}+0.02x\right)$.

A una velocidad de 35 km/h → $C(35)=100\left(\frac{24.5}{35}+0.02\cdot 35\right)=140\text{€}$

A una velocidad de 25 km/h → $C(25)=100\left(\frac{24.5}{25}+0.02\cdot 25\right)=148\text{€}$

A una velocidad de 15 km/h → $C(15)=100\left(\frac{24.5}{15}+0.02\cdot 15\right)=\frac{580}{3}\simeq 193.333\text{€}$

Reunimos toda esta información en una matriz donde en las columnas ponemos las distancias y en las filas la velocidad.

$$M=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 100\,km & 200\,km & 300\,km \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 580/3 & 1160/3 & 580 \\ 148 & 296 & 444 \\ 140 & 280 & 420 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \leftarrow 15\,km/h \\ \leftarrow 25\,km/h \\ \leftarrow 35\,km/h \end{array}$$

Si en total debe llevar 3 tractores a una localidad que se encuentra a 100 km, 3 tractores a una localidad que se encuentra a 200 km y 2 tractores a una localidad que se encuentra a 300 km consideramos la matriz columna $N=\begin{pmatrix}3\\3\\2\end{pmatrix}$.

Hacemos el producto M · N.

$$M\cdot N=\begin{pmatrix} 580/3 & 1160/3 & 580 \\ 148 & 296 & 444 \\ 140 & 280 & 420 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{580}{3}\cdot 3+\frac{1160}{3}\cdot 3+580\cdot 2 \\ 148\cdot 3+296\cdot 3+444\cdot 2 \\ 140\cdot 3+280\cdot 3+420\cdot 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2900\text{€} \\ 2220\text{€} \\ 2100\text{€} \end{pmatrix}\begin{array}{l} \leftarrow 15\,km/h \\ \leftarrow 25\,km/h \\ \leftarrow 35\,km/h \end{array}$$

Ejercicio 4. OPCIÓN B
Una campesina contrata a una empresa de conductores para que le lleven los tractores hasta los pueblos donde deben trabajar. Supongamos que los conductores realizan todo el trayecto a una velocidad constante.

a) Si sabemos que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x)=\frac{7350}{x}+6x$. Calcule cuál es la velocidad que hace que el coste total del viaje sea mínimo. ¿Cuál es ese coste? [1,25 puntos]

b) Supongamos que durante el trayecto existen en total tres áreas de servicio y, en cada una de ellas, el conductor decide si se detiene a descansar un poco con una probabilidad de 1/3, independientemente de si se ha parado o no en las demás áreas. Calcule cuál es la probabilidad de que no se detenga ninguna vez. ¿Cuál es la probabilidad de que se pare exactamente dos veces? [1,25 puntos]

a) Buscamos cuando la derivada del coste se anula.

$$\left.\begin{array}{l} C'(x)=-\frac{7350}{x^2}+6 \\ C'(x)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{7350}{x^2}+6=0 \Rightarrow \frac{7350}{x^2}=6 \Rightarrow 7350=6x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=\frac{7350}{6}=1225 \Rightarrow x=\sqrt{1225}=\begin{cases} \boxed{x=35} \\ x=-35 \text{ ¡No válido!} \end{cases}$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$C'(x)=-\frac{7350}{x^2}+6 \Rightarrow C''(x)=2\frac{7350}{x^3} \Rightarrow C''(35)=2\frac{7350}{35^3}>0$$

Como la segunda derivada es positiva la función coste presenta un mínimo en $x = 35$.
El coste del viaje es mínimo para una velocidad de 35 km/h. Este coste mínimo tiene un valor de $C(35)=\frac{7350}{35}+6\cdot 35=420$ euros.

b) Llamamos D1 = "detenerse en la 1ª área", D2 = "detenerse en la 2ª área" y D3 = "detenerse en la 3ª área",
Pararse en cada área de servicio es independiente, por lo que la probabilidad de que no se detenga ninguna vez es el producto de las probabilidades de no detenerse en la primera, ni en la segunda ni en la tercera.

$$P(\text{No detenerse ninguna vez})=P\left(\text{D1}^C\right)\cdot P\left(\text{D2}^C\right)\cdot P\left(\text{D3}^C\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\boxed{\frac{8}{27}\simeq 0.2963}$$

El suceso "Se para exactamente dos veces" puede ocurrir de tres formas distintas y la probabilidad del suceso es la suma de las probabilidades de cada una de las formas en las que puede suceder.

$$P(\text{Para 2 veces})=P\left(\text{D1}\cap\text{D2}\cap\text{D3}^C\right)+P\left(\text{D1}\cap\text{D2}^C\cap\text{D3}\right)+P\left(\text{D1}^C\cap\text{D2}\cap\text{D3}\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\boxed{\frac{2}{9}\simeq 0.2222}$$