

La prova consta de 4 parts: la primera sense opcionalitat, i les altres tres amb dos possibles problemes a contestar-ne un. En cas de contestar dos problemes d'una mateixa part, només s'avaluarà el primer.

Justificau les respostes usant llenguatge matemàtic i/o no matemàtic, segons correspongui. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica. No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

Part A. Contestau l'únic problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema A1. — La NASA es disposa a llançar una nau espacial des de la base que tenen a Cabo Cañaveral, Florida.

- a) **[0.5 punt]** Suposem que la nau viatge sempre en línia recta. Si es llança en direcció $\vec{d} = (2, 3, 6)$ i sabem que la Lluna es troba a 384.400 km de la Terra. Quines són les coordenades de la lluna respecte de la base localitzada a Cabo Cañaveral?
- b) **[0.5 punt]** Calcula el pla perpendicular a la trajectòria de la nau i que conté la Lluna.
- c) **[0.75 punt]** En lloc de llançar la nau directament cap a la Lluna, normalment es fa un primer llançament per ajustar la trajectòria i tot seguit es reajusta la trajectòria cap al destí desitjat. Si, partint des de la base, el primer llançament es fa en direcció $\vec{d}_{inicial} = (1, 1, 2)$, quina és la direcció que han de posar en el reajustament per tal d'arribar a la Lluna amb aquesta segona trajectòria?
- d) **[0.75 punt]** Calcula la intersecció de la recta que passa per la Lluna i té vector director $(2, 3, 6)$, amb el pla $z = 0$.

Part B. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema B1. — Una fàbrica de vi de Mallorca produeix 3 tipus de vi: negre, blanc i rosat. Amb la finalitat de saber el preu de cada tipus de vi, hem comprat vi, el mateix dia i a la fàbrica mateixa, de 4 maneres diferents:

- comprant 3 botelles de vi negre i 2 de vi blanc hem pagat 67 €,
- comprant 2 botelles de vi negre, 4 de vi blanc i 1 de rosat hem pagat 85 €,
- comprant 1 botella de vi negre i 1 de vi rosat hem pagat 21 €, i finalment,
- comprant 4 botelles de vi blanc i 5 de vi rosat hem pagat 85 €.

- (a) **[0.75 punts]** Escribe, en forma matricial, el sistema d'equacions lineals que s'hauria de resoldre per poder descobrir el preu de cada tipus de vi.
- (b) **[0.5 punts]** És necessari tenir les dades de les 4 compres per saber el preu de cada tipus de vi? Justifica la resposta.
- (c) **[1.25 punts]** Calcula quin és el preu de cada tipus de vi.

Problema B2. — Considera les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

i sigui O la matriu nul·la d'ordre 2×2 .

- (a) **[1 punts]** Calcula totes les matrius X tals que $AX - X = B$.
- (b) **[0.75 punts]** Troba una matriu Y diferent de O tal que $(A - B)Y = O$.
- (c) **[0.75 punts]** Indica totes les matrius Z que compleixen la igualtat $AZ = O$.

Part C. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema C1. — **[2.5 punts]** Volem fer una tanca en un camp rectangular emprant diferents materials a cada costat. Començant pel fons del camp i movent-nos al voltant d'aquest en el sentit contrari a les agulles del rellotge, el cost del material per a cada costat és de 6 €/m, 9 €/m, 12 €/m i 14 €/m, respectivament. Si hem de gastar exactament 1000 € per comprar el material de tancament, determina les dimensions del camp que maximitzaran l'àrea tancada.

Problema C2. — La quantitat de tones d'aigua infectada per un bacteri s'espera que segueixi la funció $f(x) = e^{-x} + 0.15x + 1$ sent $x \geq 0$ els dies d'infecció i $f(x)$ les tones d'aigua infectada.

- (a) **[1 punts]** Quantes tones d'aigua hi havia inicialment infectades pel bacteri? Cap a quin valor tendeix la quantitat d'aigua infectada? Interpreta els resultats.
- (b) **[1 punts]** En quin moment hi ha menys quantitat d'aigua infectada? Quantes tones hi ha en aquell moment?
- (c) **[0.5 punts]** Hi ha algun moment en què l'aigua no estigui infectada? Justifica la resposta.

Part D. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema D1. — Siguin A i B dos successos d'un mateix espai mostral tals que satisfan que $P(A \cup B) = 0.7$, $P(A \cap B) = 0.1$ i $P(A \cap B^c) = 0.35$ (sent B^c el succés complementari de B), calcula:

- (a) [0.75 punts] $P(A)$.
- (b) [0.75 punts] $P(B)$.
- (c) [0.5 punts] $P(A^c \cup B^c)$.
- (d) [0.5 punts] Són A i B successos independents?

Problema D2. — El 38% dels habitants d'un poble afirmen que el seu esport preferit és la natació, mentre que el 21% prefereixen el ciclisme i la resta s'inclinen més per altres esports. Si s'escull a l'atzar una persona i, tot seguit una de diferent, calcula la probabilitat dels següents successos:

- (a) [0.75 punts] Que les dues persones siguin aficionades a la natació.
- (b) [0.75 punts] Que una de les dues persones sigui aficionada al ciclisme i l'altra a la natació.
- (c) [1 punts] Sabent que la primera prefereix el ciclisme, que la segona no prefereixi aquest esport.