Solución de la evaluación

(Se indican con ▶ las respuestas correctas)

1 Dados los vectores:

$\vec{u} = (3, 2)$

$\vec{v} = \left(\sqrt{3}, \sqrt{2}\right)$

$\vec{w} = (4, -6)$

$\vec{z} = (-3/2, -1)$

$\vec{x} = (5, -1)$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.

b) El vector $\vec{x}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{w}$.

▶ **c)** Los vectores $\vec{w}$ y $\vec{z}$ son perpendiculares.

d) Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{z}$ no son paralelos.

2 Dados los vectores $\vec{u} = (3, -1)$ y $\vec{v} = (6, 3)$, calcula un vector $\vec{w}$, tal que $\vec{w} \cdot \vec{u} = 1$ y $\vec{w} \perp \vec{v}$.

▶ **a)** $\vec{w} = \frac{1}{5}(1, -2)$

b) $\vec{w} = (5, -10)$

c) $\vec{w} = \left(\frac{8}{21}, -\frac{1}{7}\right)$

3 Un vector director, $\vec{v}$, y un punto, P, de la recta $3x - y + 4 = 0$, son:

a) $\vec{w} = (1, 3)$, $P(4, 0)$

b) $\vec{w} = (-1, 3)$, $P(0, 4)$

▶ **c)** $\vec{w} = (1, 3)$, $P(0, 4)$

4 La ordenada en el origen de la paralela a la recta:

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

que pasa por el punto (1, 3), es:

a) $y = 2$

▶ **b)** $y = 1$

c) $y = 0$

5 Calcula el valor de k para que las rectas:

$$r: -x - ky - 2 = 0 \ \text{ y } \ s: x + 4y - 7 = 0$$

formen un ángulo de 45°.

a) $k = \frac{5}{3}$

b) $k = \frac{5}{3}$ y $k = -\frac{3}{5}$

▶ **c)** $k = -\frac{5}{3}$ y $k = \frac{3}{5}$

6 La recta paralela al eje de abscisas que pasa por el punto (3, 7) es:

a) $x = 3$

b) $(x, y) = (3, 7) + \lambda(0, -2) \quad \lambda \in \mathbb{R}$

▶ **c)** $\begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 7 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

7 Dadas las rectas:

$$r: \begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$s: 6x + By + 10 = 0$

Calcula el valor de B para que sean:

- paralelas.
- perpendiculares.

▶ **a)** paralelas: $B = -9$
perpendiculares: $B = 4$

b) paralelas: $B = -6$
perpendiculares: $B = -4$

c) paralelas: $B = 4$
perpendiculares: $B = 9$

8 La distancia del punto $P(3, -1)$ a la recta de ecuación:

$r: y = -2x + 3$, es:

▶ **a)** $d(P, r) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

b) $d(P, r) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

c) $d(P, r) = 3$

9 Calcula la distancia entre las rectas:

$r: 3x - 2y + 4 = 0$ y $s: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{6}$

a) No tiene sentido, son rectas secantes.

▶ **b)** $d(r, s) = \frac{7}{\sqrt{13}}$

c) $d(r, s) = \frac{3}{5}$

10 Hallar el simétrico del punto $P(4, 0)$ respecto de la recta $x + y + 1 = 0$.

▶ **a)** $(-1, -5)$

b) $(1, -5)$

c) $(5, -1)$

1. Geometría analítica en el plano

1 Vectores

Dos puntos ordenados del plano determinan **un vector fijo, $\overrightarrow{AB}$.**

Las componentes de un vector fijo del plano de origen $A(a_1, a_2)$ y extremo $B(b_1, b_2)$ son:

$$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a2)$$

Los vectores del plano que tienen componentes iguales se denominan equipolentes.

Un vector libre es **el representante de todos los vectores equipolentes a uno dado.** Dados dos vectores del plano, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y (v_1, v_2), y un número real λ, $\vec{u} + \lambda\vec{v} =$ $= (u_1 + \lambda v_1, u_2 + \lambda v_2)$

Dos vectores del plano se **dice que son linealmente dependientes si uno cualquiera de ellos se puede expresar como combinación lineal de los demás.**

Dos vectores del plano linealmente independientes forman una **base** de los vectores libres del plano.

Sean dos vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y (v_1, v_2). Su producto escalar se define como $\vec{u}, \vec{v}$ = **el producto de sus módulos por el coseno del ángulo que forman.**

Y su expresión analítica es $\vec{u}, \vec{v} = |\vec{u}|\,|\vec{v}| = \cos(\vec{u}, \vec{v})$

Si $\vec{u}, \vec{v} = 0$, $\vec{u} \neq 0$ y $\vec{v} = 0$, entonces $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son **perpendiculares.**

2 Rectas

Para determinar una recta hacen falta un punto y **un vector director.**

Dada la recta $Ax + By + C = 0$, un vector que determina su dirección es: $\vec{v} = (-B, A)$, su pendiente vale $m = -A/B$ y la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas en sentido positivo es: **tg $\alpha = \vec{v}_2/\vec{v}_1$.**

Las diferentes expresiones de la ecuación de una recta son:

- **Ecuación vectorial de la recta:**

$$(x, y) = (a_1, a_2) + \lambda\,(v_1, v_2)$$

- **Ecuación paramétrica de la recta:** $\begin{cases} x = a_1 + \lambda\, v_1 \\ y = a_2 + \lambda\, v_2 \end{cases}$
- **Ecuación continua de la recta:** $\dfrac{x - a_1}{v_1} = \dfrac{y - a_2}{v_2}$
- **Ecuación general de la recta:** $Ax + By + C = 0$
- **Ecuación explícita de la recta:** $y = mx + n$

Dos rectas $r = Ax + By + C = 0$ y $s = A'x + B'y + C' = 0$, pueden ser:

Secantes **si $A/A' \neq B/B'$**

Paralelas si $A/A' = B/B' \neq C/C'$

Coincidentes si $A/A' = B/B' = C/C'$

Dos rectas dadas en su forma general, $r = Ax + By + C =$ $= 0$ y $s = A'x + B'y + C' = 0$

son perpendiculares si **sus pendientes m_1 y m_2 cumplen la siguiente relación: $m_1 \cdot m_2$ o bien $m_2 = -1/m_1$**

Para calcular el ángulo que forman dos rectas conocidos sus vectores directores se aplica

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

3 Distancia

La distancia entre dos puntos $A\,(a_1, a_2)$ y $B\,(b_1, b_2)$ es igual:

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

La distancia entre el punto $A\,(a_1, a_2)$ y la recta:

$r = Ax + + By + C = 0$ se expresa así:

$$d\,(A, r) = |\vec{A}\,\vec{A_0}|$$

2. Actividades complementarias

1 $\vec{v} = \left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{-5}{6}\right)$

2 $B\left(6, \dfrac{18}{5}\right)$

3 ***a)*** $\vec{w} = \left(\dfrac{-4}{15}, \dfrac{-2}{3}\right), |\vec{w}| = \dfrac{2\sqrt{29}}{15}$

b) $\vec{w} = \left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right), |\vec{w}| = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

4 ***a)*** $x = \dfrac{-6}{5}$, $\quad y = \dfrac{5}{6}$

b) $x = \dfrac{1}{33}$, $\quad y = \dfrac{4}{3}$

5 $M(1, 9)$

6 $P_1(-2, -8)$, $\quad P_2(-7, -7)$

7 $A'(-9, 13)$

8 $D(16, -6)$ $\quad M\left(\dfrac{11}{3}, \dfrac{20}{9}\right)$

9 $\vec{u} = \dfrac{4}{3}\vec{v}$, $\quad \vec{u}\,//\,\vec{v}$

10 $\vec{w} = 3\vec{u} + \dfrac{1}{5}\vec{v}$

$(2, -5) = 3(1, -2) + \dfrac{1}{5}(-5, 5)$

11 $\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v}$

$(-2, 5) = 3(-1, 2) + (1, -1)$

12 ***a)*** Sí, $2x - 3y + 12 = 0$

b) Sí, $5x + 14y - 13 = 0$

13 Si $t = 0$, $\quad A(3, -5)$

Si $t = 1$, $\quad B(2, 1)$

Si $t = 2$, $\quad C(1, 7)$

14 $y = 2$

15 $A\left(\dfrac{2}{5}, 0\right)$, $B\left(0, \dfrac{-2}{15}\right)$, $C\left(\dfrac{7}{5}, \dfrac{1}{3}\right)$, $D\left(\dfrac{17}{5}, 1\right)$

$r\!: y = \dfrac{x}{3} - \dfrac{5}{3}$

16 $\dfrac{x - 1/2}{7} = \dfrac{y + 3}{-4}$

17 $3x - 5y - 15 = 0$

18 ***a)*** $x = -3$

b) $y = 1$

c) $2x - 7y + 13 = 0$

d) $y = -\dfrac{5}{3}x - 4$

e) $\dfrac{x + 3}{3} = \dfrac{y - 1}{8}$

f) $9x - 8y + 35 = 0$

g) $y - 1 = \sqrt{3}(x + 3)$

h) $\dfrac{x + 3}{4} = \dfrac{y - 1}{-3}$

19 ***a)*** $(x, y) = (7, 2) + t(5, 3)$

b) $\alpha = 2{,}73°$

c) $\alpha = 59{,}04°$

d) $5x + 3y - 33 = 0$

e) $I\left(\frac{3}{17}, \frac{-5}{17}\right)$

20 $n = 2, \quad m = \frac{3}{2}$

21 $r \,//\, s \,//\, w$

22 ***a)*** $r_{AB}: 10x - 3y - 9 = 0$

$r_{BC}: 2x + 7y - 55 = 0$

$r_{AC}: 3x + y + 3 = 0$

b) $10x - 3y + 67 = 0$

c) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$

d) Mediana A: $22x + y + 3 = 0$

Mediana B: $4x - 5y + 23 = 0$

Mediana C: $14x + 11y - 43 = 0$

$G\left(\frac{-1}{3}, \frac{13}{3}\right)$

e) Mediatriz AB: $6x + 20y - 49 = 0$

Mediatriz BC: $14x - 4y + 39 = 0$

Mediatriz AC: $x - 3y + 11 = 0$

$CIR\left(\frac{-73}{38}, \frac{115}{38}\right)$

f) Altura A: $-7x + 2y + 6 = 0$

Altura B: $x - 3y + 18 = 0$

Altura C: $3x + 10y - 78 = 0$

$ORT\left(\frac{54}{19}, \frac{132}{19}\right)$

g) 11,01 u

h) 7,28 u

i) $A = 38 \text{ u}^2$

23 $\alpha = 57{,}53°$

24 $\alpha = 56{,}89°$

25 $m = \frac{-15}{12}$

26 $d(P, r) = \frac{24\sqrt{5}}{10}$ u

27 $A = 30 \text{ u}^2$

28 $d(r, s) = \frac{2\sqrt{10}}{3}$ u

$d(s, w) = \frac{9\sqrt{10}}{10}$ u

$d(r, w) = \frac{7\sqrt{10}}{30}$ u